

فصل ۱

راهنمای حل مسئله

چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل هر مسئله ۴ مرحله دارد. برای حل هر مسئله این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله، فکر خود را سازماندهی کنید.

مرحله اول؛ فهمیدن مسئله: برای درک مسئله آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در درک بهتر مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

مرحله دوم؛ انتخاب راهنم مناسب: در دوره ابتدایی با تعدادی از راهنم‌های حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربردهای راهنم به شما کمک می‌کند تا آن را مرور کنید و بدانید برای حل کدام مسئله، ممکن است مفید باشد.

- رسم شکل
- الگوسازی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- الگویابی
- حدس و آزمایش
- زیر مسئله
- حل مسئله ساده‌تر
- روش‌های نمادین

مرحله سوم؛ حل کردن مسئله: با راهنم‌ای که انتخاب کرده‌اید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهنم به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله دوم برگردید و راهنم خود را تغییر دهید، گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید. شاید نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که شما هنوز به آن توجه نکرده باشید.

مرحله چهارم؛ بازگشت به عقب: حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه‌حل‌های دیگری پاسخ دهید.

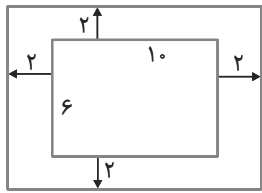
راهنمای حل مسئله

- راهنم رسم شکل
- راهنم حذف حالت‌های نامطلوب
- راهنم رسم الگوسازی
- راهنم رسم الگویابی
- راهنم حدس و آزمایش
- راهنم حل مسئله ساده‌تر
- راهنم زیر مسئله
- راهنم روش‌های نمادین

راهنم رسم شکل

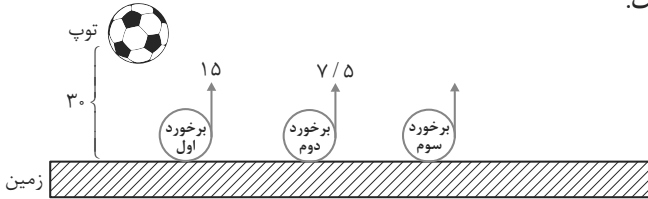
کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

مثال : می‌خواهیم دور استخری مستطیل شکل به طول ۱۰ متر و عرض ۶ متر را نرده‌کشی کنیم چند متر نرده برای این کار لازم است اگر از طول و عرض استخر از هر طرف ۲ متر فاصله بگیریم.



طول نرده = $10 + 2 + 2 = 14$
 عرض نرده = $6 + 2 + 2 = 10$
 محیط نرده = $2(\text{طول} + \text{عرض}) = 2(14 + 10) = 48$

مثال : توپی از ارتفاع ۳۰ متری سطح زمین رها شده و پس از برخورد با زمین هر بار نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود، این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است.



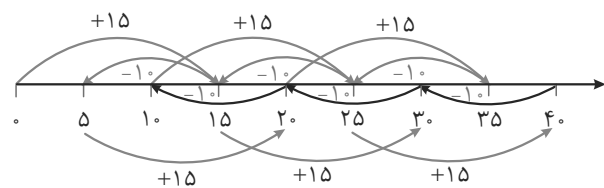
پاسخ: با رسم شکل، متوجه می‌شویم که بعد از برخورد اول توپ با زمین به اندازه نصف ۳۰ متر یعنی ۱۵ متر به سمت بالا می‌رود و دوباره سقوط می‌کند و این روند ادامه دارد.

پس از برخورد دوم $7/5$ متر بالا می‌رود و $7/5$ متر پایین می‌آید
 و پس از برخورد اول 15 متر بالا می‌رود و 15 متر پایین می‌آید

$$30 + 15 + 15 + 7/5 + 7/5 = 30 + 30 + 15 = 75$$

به سمت پایین به سمت بالا به سمت پایین به سمت بالا به سمت پایین

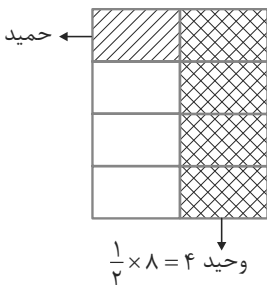
مثال : شخصی برای خرید ابزار مورد علاقه‌اش ۳۰ میلیون تومان لازم دارد، این شخص ماهیانه ۱۵ میلیون تومان حقوق می‌گیرد که ۱۰ میلیون تومان آن مخارج ماهیانه آن است، چند ماه طول می‌کشد تا با باقیمانده حقوقش ابزار مورد علاقه‌اش را بخرد؟



پاسخ: برای پاسخ به این سؤال از صفر شروع می‌کنیم هر ماه را به علاوه ۱۵ می‌کنیم و سپس منهای ۱۰ انجام می‌دهیم تا به ۳۰ برسیم.

می‌بینیم که در عرض ۶ ماه توانست ۳۰ میلیون تومان را فراهم کند.

مثال : از پیتزای کاملی وحید $\frac{1}{4}$ آن و حمید $\frac{1}{4}$ از باقیمانده‌اش را خورده‌اند، چقدر از پیتزا باقی مانده است.



پاسخ: برای حل این سبک سوالات ابتدا مخارج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم $2 \times 4 = 8$ که برابر ۸ می‌شود و مستطیلی که ۸ قسمت شده را رسم می‌کنیم.

قسمت ۱ = $\frac{1}{4} \times 4 = 1$
 باقیمانده

با توجه به شکل مشخص است که $\frac{5}{8}$ از پیتزا خورده شده و $\frac{3}{8}$ از آن باقیمانده است.

راهبرد الگوسازی

برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آن‌ها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

| عدد اول | عدد دوم | حاصل جمع |
|---------|---------|----------|
| ۵ | ۶ | ۱۱ |
| ۳ | ۱۰ | ۱۳ |
| ۲ | ۱۵ | ۱۷ |
| ۱ | ۳۰ | ۳۱ |

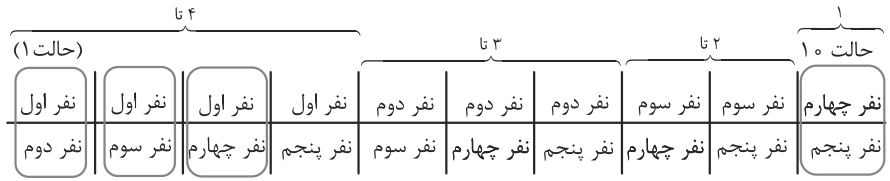
مثال : دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آن‌ها ۳۰ و حاصل جمع آن‌ها بیش‌ترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ: ابتدا سراغ ضرب می‌رویم، و در جدول عددی که حاصل ضرب آن‌ها ۳۰ می‌شود را یادداشت می‌کنیم.

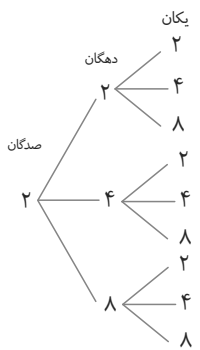
| طول | عرض | مساحت |
|-----|-----|-------|
| ۱۹ | ۱ | ۱۹ |
| ۱۸ | ۲ | ۳۶ |
| ۱۷ | ۳ | ۵۱ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ۱۱ | ۹ | ۹۹ |
| ۱۰ | ۱۰ | ۱۰۰ |

مثال : محیط زمینی مستطیل شکل ۴۰ متر است. طول و عرض را به گونه‌ای بیابید که مساحت زمین حداکثر مقدار ممکن شود. (طول و عرض دو عدد طبیعی اند)
پاسخ: محیط مستطیل دو برابر جمع طول و عرض آن است. پس جمع طول و عرض باید ۲۰ متر باشد.

* شکل حاصل طول و عرض برابر دارد یعنی مربع است (می‌دانیم مربع نیز حالت خاصی از مستطیل است).
مثال : از بین ۵ نفر می‌خواهیم دو نفر را برای تیم فوتبال انتخاب کنیم، به چند صورت می‌توان این ۲ نفر را برگزید؟
پاسخ:



$$4 + 3 + 2 + 1 = 10$$



مثال : با سه رقم ۸ و ۴ و ۲ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید.
پاسخ: ابتدا همه حالت‌های ممکن برای اینکه عدد ۲ صدگان باشد را می‌نویسیم.

* پس برای اینکه ۲ صدگان باشد ۹ حالت داریم به‌طور مشابه اگر ۴ یا ۸ صدگان باشند نیز برای هر کدام ۹ حالت داریم پس در حالت کلی ۲۷ حالت وجود دارد.

| ۳ کیلوگرمی | ۵ کیلوگرمی | مجموع |
|------------|------------|--------------------------------|
| ۱ | ۴ | $1 \times 3 + 4 \times 5 = 23$ |
| | ۳ | امکان‌پذیر نیست |
| | ۲ | امکان‌پذیر نیست |
| ۶ | ۱ | $6 \times 3 + 1 \times 5 = 23$ |
| | ۰ | امکان‌پذیر نیست |

مثال : یک کیسه ۲۳ کیلوگرمی را به چند حالت می‌توان با کیسه‌های ۳ کیلوگرمی و ۵ کیلوگرمی پر کرد؟
پاسخ: تعداد کیسه‌های ۵ کیلوگرمی را مینا در نظر می‌گیریم، می‌دانیم تعداد کیسه‌های ۵ کیلوگرمی نمی‌تواند بیش‌تر از ۴ عدد باشد چون مجموع از ۲۵ بیش‌تر می‌شود.

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آن‌گاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

مثال : مجموع دو عدد طبیعی ۲۸ و اختلاف آن‌ها ۶ است این دو عدد را بیابید.
پاسخ: ابتدا اعدادی که جمع آن‌ها ۲۸ است را در نظر می‌گیریم:

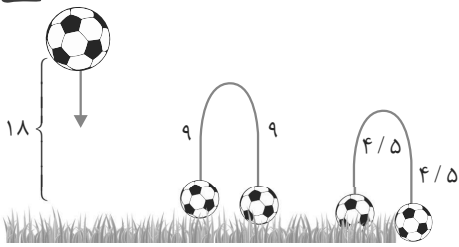
| عدد اول | عدد دوم | اختلاف |
|---------|---------|--------|
| ۱ | ۲۷ | ۲۶ |
| ۲ | ۲۶ | ۲۴ |
| ۳ | ۲۵ | ۲۲ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ۹ | ۱۹ | ۹ |
| ۱۰ | ۱۸ | ۸ |
| ۱۱ | ۱۷ | ۶ |

تمرینات فصل اول کتاب درسی

۱ یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع‌های باغچه، دور تا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده لازم است؟

پاسخ به طول و عرض از هر طرف یک متر اضافه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{طول} &= 10 + 1 + 1 = 12 \\ \text{عرض} &= 5 + 1 + 1 = 7 \\ 2(\text{طول} + \text{عرض}) &= 2(12 + 7) = 38 \end{aligned}$$



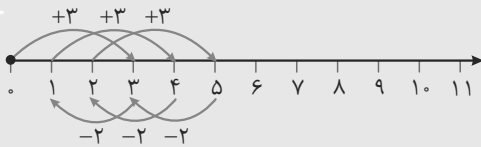
۲ توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟

$$18 + 9 + 9 + 4/5 + 4/5 = 45$$

رهاشدن بعد از برخورد اول بعد از برخورد دوم

۳ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌پرد و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

پاسخ چون در هر جهشی ۳ متر بالا می‌رود و ۲ متر پایین می‌آید پس در هر جهش ۱ متر بالا می‌رود و بعد از جهش ششم در ارتفاع ۶ متری قرار دارد و در جهش هفتم با یک جهش ۳ متری به بالای دیوار می‌رسد.



۴ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ و حاصل جمع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد.

پاسخ ضرب دو عدد را مینا در نظر می‌گیریم و در جدول هر دو عددی که ضرب آن‌ها ۲۴ شود را می‌نویسیم.

| اولین عدد | دومین عدد | حاصل جمع |
|-----------|-----------|----------|
| ۱ | ۲۴ | ۲۵ |
| ۲ | ۱۲ | ۱۴ |
| ۳ | ۸ | ۱۱ |
| ۴ | ۶ | ۱۰ |

۵ با انگشتان یک دست به ۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می توان عدد ۲ را نشان داد؟

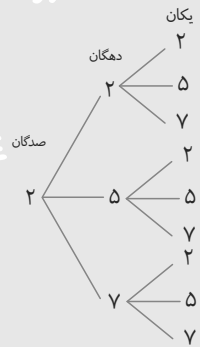


۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۳۴, ۳۵, ۴۵
 $4+3+2+1=10$

پاسخ انگشتان دست را با شماره ۱ تا ۵ شماره گذاری می کنیم.

حال برای ساخت عدد ۲، باید از دو انگشت استفاده کنیم.

۶ با رقم های ۲، ۷ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می تواند رقم های تکراری هم باشد).



پاسخ ابتدا عدد ۲ را به عنوان صدگان قرار می دهیم. در این حالت ۹ عدد مختلف

ساخته شد. می دانیم از اعداد ۵ و ۷ نیز می توانیم در صدگان استفاده کنیم یعنی صدگان ۳

حالت دارد که در ۹ حالت قبلی ضرب می شود. $3 \times 9 = 27$

۷ تعداد زیادی سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می توان معادل ۵۰۰ تومان درست کرد؟

| تومانی ۱۰۰ | تومانی ۵۰ | مجموع |
|------------|-----------|------------------------------------|
| ۵ | ۰ | $5 \times 100 = 500$ |
| ۴ | ۲ | $4 \times 100 + 2 \times 50 = 500$ |
| ۳ | ۴ | $3 \times 100 + 4 \times 50 = 500$ |
| ۲ | ۶ | $2 \times 100 + 6 \times 50 = 500$ |
| ۱ | ۸ | $1 \times 100 + 8 \times 50 = 500$ |
| ۰ | ۱۰ | $10 \times 50 = 500$ |

پاسخ می دانیم بیش تر از ۵ سکه ۱۰۰ تومانی نمی توانیم داشته باشیم.

می بینیم که ۶ حالت مختلف وجود دارد.

۸ مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آن ها ۷۰ است، سن بزرگ ترین نفر چقدر است؟

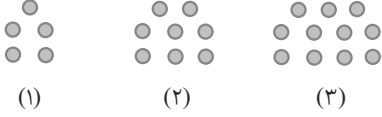
| نفر اول | نفر دوم | نفر سوم | حاصل جمع |
|---------|---------|---------|----------|
| ۱ | ۱ | ۷۰ | ۷۲ |
| ۱ | ۲ | ۳۵ | ۳۸ |
| ۱ | ۵ | ۱۴ | ۲۰ |
| ۱ | ۷ | ۱۰ | ۱۸ |
| ۲ | ۵ | ۷ | ۱۴ |

پاسخ ابتدا همه حالات ضرب ۳ عدد که ۷۰ می شود را می نویسیم.

سوالات امتحانی فصل اول

۱ وسط‌های اضلاع مربعی به ضلع ۴ متر را به هم وصل می‌کنیم تا مربع جدیدی ساخته شود، مساحت مربع جدید را بیابید.

۲ در شکل مقابل، تعداد نقطه‌ها در شکل بیستم را بیابید.



۳ در الگوی زیر، جاهای خالی را پر کنید:

..., ..., ۲۰, ..., ۲۸, ۳۲, ۳۶, ...

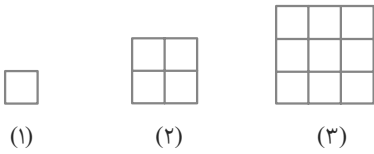
۴ برای یک فرش ۶ متری می‌خواهیم یک روفرشی سفارش دهیم که از هر طرف ۵/۵ متر زیر فرش جمع شود اگر ابعاد فرش ۲ متر در ۳ متر باشد ابعاد رو فرشی و مساحت آن را بیابید.

۵ از ۱۰۰۰۰۰۰ تومان پول آرزو، $\frac{1}{3}$ آن صرف خرید لباس، $\frac{1}{5}$ آن صرف خرید لوازم خانه شد و حالا قرار است نصف پولی که بایش باقیمانده را به الهام بدهد، چقدر برای خودش باقی می‌ماند؟

۶ به جای مربع عدد مناسب قرار دهید.

۷ پدری برای یک قطعه زمین مستطیل شکل ۱۸۰۰ متر مربعی خود وصیتی به شرح زیر انجام داده، نصف زمین برای همسرش، هر کدام از دو فرزندش $\frac{1}{3}$ مساحت باقیمانده از زمین و باقیمانده آن برای خیریه، چند مترمربع زمین به خیریه اختصاص یافته است؟

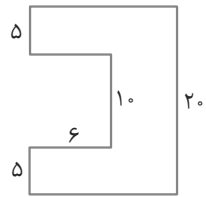
۸ تعداد کل مربع‌ها را در شکل دهم مشخص کنید.



۹ تعداد اعداد سه رقمی با ارقام ۹ و ۷ و ۳ را به دست آورید. (تکرار مجاز است)

۱۰ تعداد اعداد چهار رقمی که می‌توان با ارقام ۸ و ۵ و ۲ ساخت را بیابید. (تکرار مجاز است)

۱۱ مساحت شکل زیر ۱۴۰ متر مربع است. اندازه عرض مستطیل را مشخص کنید.



۱۲ با یک نخ مستطیلی به طول و عرض ۱۰ و ۸ متر ساخته شده اگر با این نخ مربعی بسازیم، مساحت مربع را بیابید.

۱۳ در یک نمایشگاه ۱۰ دستگاه اتومبیل و موتور وجود دارد، اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۳۴ عدد باشد، چند اتومبیل و چند موتور در نمایشگاه است.

۱۴ برای خرید ۷ خودکار ۲۰۰۰۰ تومانی، صندوق‌دار فروشگاه ۱۵۰۰۰۰ تومان از کارت بانکی من برداشت کرده است، آیا صندوق‌دار درست محاسبه کرده است؟ خطای او چقدر است؟

۱۵ چه کسری از شکل مقابل رنگ شده است؟

(برای رسم مثلث جدید، وسط اضلاع به هم وصل شده است)



پاسخ نامه



پس ۱۴ خانه باقیمانده که قرار است نصف آن را به الهام بدهد. پس ۷ مربع باقی می ماند.

باقیمانده: $\frac{7}{3} \times 1000000 = 2333333$

۶ ابتدا عدد ۷ را در مربع جای گذاری می کنیم.

$\square = 7 \rightarrow 7 \times 2 + 5 = 7 + 25$

برقرار نیست $21 + 5 = 32$

چون مربعی که ضریب دارد کم تر شد پس عدد بزرگ تری را جای گذاری می کنیم:

$\square = 9 \rightarrow 9 \times 2 + 5 = 9 + 25$

برقرار نیست $27 + 5 = 34$

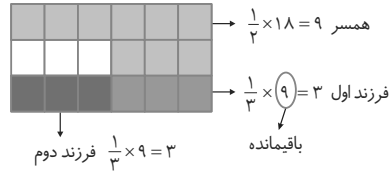
چون خیلی به هم نزدیک شدن پس به همین روند ادامه می دهیم و عدد بزرگ تری را جای گذاری می کنیم.

$\square = 10 \rightarrow 10 \times 2 + 5 = 10 + 25$

برقرار است $30 + 5 = 35$

۷ قرار شد برای حل این مدل سؤالات ابتدا کسرها را مشخص کنید و

مخرج آن ها را در هم ضرب کنیم یعنی $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ کسرهای ما هستند پس داریم: $2 \times 3 \times 3 = 18$ همسر فرزند اول فرزند دوم



پس سه قسمت از هجده قسمت باقیمانده یعنی $\frac{3}{18}$ برای خیریه

پس چون کل زمین ۱۸۰۰ مترمربع بوده:

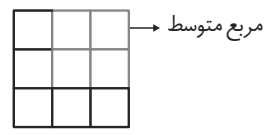
مترمربع برای خیریه $\frac{3}{18} \times 1800 = 300$

۸ در شکل اول یک مربع داریم ولی برای شمردن تعداد مربع ها در

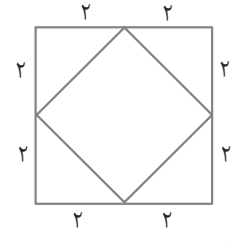
شکل دوم دقت کنید چون ۵ مربع داریم که شامل ۴ مربع کوچک و یک مربع بزرگ است.

برای شکل سوم ۹ مربع کوچک ۴ مربع متوسط و یک مربع بزرگ داریم:

$(1 + 4 + 9)$
 پس برای شکل دهم داریم: $1 + 4 + 9 + \dots + 100 = 385$



۱ ابتدا شکل مربع را رسم می کنیم. چون وسط اضلاع را به هم وصل کرده ایم مثلث های به وجود آمده قاعده و ارتفاع ۲ دارند پس می توان مساحت مثلث ها را بیابیم.



$\frac{2 \times 2}{2} = 2$ ارتفاع \times قاعده = مساحت یکی از مثلث ها

چون ۴ مثلث داریم پس مساحت ۴ مثلث $4 \times 2 = 8$ متر مربع است. مساحت کل برابر $16 = 4 \times 4$ متر مربع می شود یعنی $16 - 8 = 8$ ، مساحت مربع داخلی است.

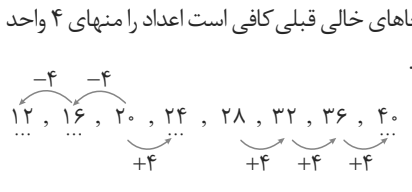
۲ الگوی اعداد را می یابیم یعنی در هر مرحله ۳ واحد به قبلی اضافه شده است. $5, 8, 11, \dots$

برای پیدا کردن جمله بیستم، باید به جمله اول نوزده مقدار ثابت را بیفزاییم:

$5 + 19(3) = 5 + 57 = 62$

می توانیم به صورت مقابل الگو را بیابیم. $3 + 2 \times$ شماره شکل: الگو

۳ با توجه به سه جمله پشت سرهم ۳۶ و ۳۲ و ۲۸ مشخص می شود که الگوی اعداد اضافه کردن ۴ واحد به آنهاست پس برای جای خالی بعد از ۳۶، عدد ۴۰ را داریم ولی برای جاهای خالی قبلی کافی است اعداد را منهای ۴ کنیم تا اعداد به دست آیند.



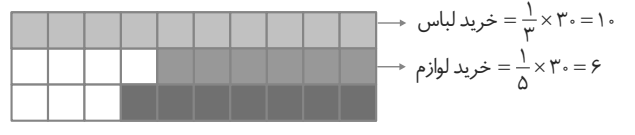
۴ طول روفرشی $3 + 0.5 + 0.5 = 4$

عرض روفرشی $2 + 0.5 + 0.5 = 3$

مساحت روفرفشی برابر است با $3 \times 4 = 12$ مترمربع. یعنی به یک روفرفشی ۱۲ مترمربعی نیاز داریم.

۵ چون اعداد $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ (همان نصف کردن) در سؤال است مخرج این اعداد

را در هم ضرب می کنیم $3 \times 5 \times 7 = 105$ پس شکل زیر را برای آن رسم می کنیم:



۱۵ چون وسط اضلاع به هم وصل شده است، پس شکل به چهار مثلث هم‌اندازه قسمت می‌شود.

چون سه مثلث داخل مثلث اصلی کشیدیم سه بار از $\frac{1}{4}$ استفاده کردیم.

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

۱۶ حلزون هر روز ۲ متر بالا می‌رود و ۱ متر پایین می‌آید پس در کل $(2-1) = 1$ هر روز یک متر بالا می‌رود، در پایان روز سوم در ارتفاع ۳ متری قرار دارد و در روز چهارم ۲ متر بالا می‌رود و به بلندترین نقطه می‌رسد.

۱۷ ابتدا مجموع سن سه کودک را در نظر می‌گیریم؛

| اولی | دومی | سومی | مجموع سن آن‌ها | ضرب سن آن‌ها |
|------|------|------|----------------|---------------------------------------|
| ۴ | ۴ | ۴ | ۱۲ | $4 \times 4 \times 4 = 64 \times$ |
| ۴ | ۳ | ۵ | ۱۲ | $4 \times 3 \times 5 = 60 \checkmark$ |

سن کوچک‌ترین کودک

۱۸

$$3 \times \square + 7 = 22$$

ابتدا عدد ۴ را در مربع قرار می‌دهیم.

$$3 \times 4 + 7 = 12 + 7 = 19 \neq 22$$

پس عدد بزرگ‌تری را در مربع جای‌گذاری می‌کنیم (عدد ۵ را جای‌گذاری می‌کنیم).

$$3 \times 5 + 7 = 15 + 7 = 22$$

۱۹ ابتدا مسیری طی کرده که آن را \square می‌گذاریم بعد از برخورد با زمین به اندازه نصف \square بالا می‌رود و پایین می‌آید تا بار دوم به زمین برخورد کند پس داریم؛

$$\square + \frac{1}{2}\square + \frac{1}{2}\square = 4$$

چون دو مربع یکسان با ضرایب یکسان داریم می‌توانیم آن‌ها را جمع کنیم یعنی $\frac{1}{2}\square + \frac{1}{2}\square$ برابر یک مربع است. پس داریم؛

$$\square + \square = 4$$

و کاملاً مشخص است که عددی را که با خودش جمع شود و مساوی ۴۰ باشد عدد ۲۰ است.

۲۰ اینجا دو الگو داریم یکی برای زنگ ۱۲ دقیقه‌ای و یکی برای زنگ ۱۸ دقیقه‌ای که به صورت زیر هستند؛

۱۲ دقیقه $\rightarrow 8:00 / 8:12 / 8:24 / 8:36 / 8:48, \dots$

۱۸ دقیقه $\rightarrow 8:00 / 8:18 / 8:36 / 8:54, \dots$

مشخص است که در زمان ۸:۳۶ دقیقه دوباره با هم به صدا درمی‌آیند.

۹ در سؤالات قبل مشابه این سؤال را به کمک حالت‌های مختلف و رسم حالت‌های مختلف برای صدگان حل کردیم، حالا می‌خواهیم این مسئله را ساده‌تر حل کنیم یعنی عدد سه رقمی را با سه جایگاه مشخص می‌کنیم.

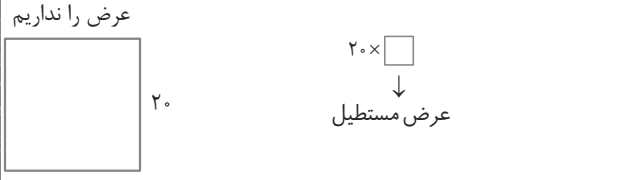
| | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------|
| سه حالت مختلف برای صدگان | سه حالت مختلف برای دهگان | سه حالت مختلف برای یکان | |
| ↑ | ↑ | ↑ | |
| ۳ | ۳ | ۳ | $= 27$ |
| صدگان | دهگان | یکان | |

۱۰ ابتدا چهار جایگاه در نظر می‌گیریم؛ برای هر رقم دقیقاً ۳ حالت مختلف را در نظر می‌گیریم؛

سه حالت برای هزارگان

$$\frac{3}{\text{هزارگان}} \times \frac{3}{\text{صدگان}} \times \frac{3}{\text{دهگان}} \times \frac{3}{\text{یکان}} = 81$$

۱۱ ابتدا مساحت مستطیل کامل را می‌یابیم.



سپس مساحت مستطیل بریده شده را محاسبه می‌کنیم: $6 \times 10 = 60$

پس مساحت شکل باقیمانده می‌شود: $20 \times \square - 60 = 140$

حالا کافیهست به جای مربع اعداد مختلف را امتحان کنیم تا به جواب درست یعنی ۱۰ برسیم.

۱۲ ابتدا محیط مستطیل که همان طول نخ است را می‌یابیم؛

$$2(10 + 8) = 36 = \text{محیط مستطیل}$$

چون در مربع چهار ضلع برابرند $\frac{36}{4}$ برابر ۹ می‌شود یعنی ضلع مربع ۹ متر است.

پس مساحت آن $9 \times 9 = 81$ مترمربع می‌شود.

۱۳ می‌دانیم جمع چرخ‌های آن‌ها باید ۳۴ عدد باشد.

| تعداد موتور | تعداد اتومبیل‌ها | جمع چرخ‌ها |
|-------------|------------------|--------------------------------|
| ۵ | ۵ | $5 \times 2 + 5 \times 4 = 30$ |
| ۴ | ۶ | $4 \times 2 + 6 \times 4 = 32$ |
| ۳ | ۷ | $3 \times 2 + 7 \times 4 = 34$ |

۱۴ ابتدا قیمت ۷ خودکار را می‌یابیم؛

$$7 \times 20000 = 140000$$

چون ۱۵۰۰۰۰ از کارت‌م کشیده است یعنی:

$$150000 - 140000 = 10000$$

یعنی ۱۰۰۰۰ تومان اضافه برداشت کرده است.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱ به چند طریق می‌توان ۱۸۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲ اگر ۱۰۰۰۰ را ابتدا نصف کنیم، سپس باقیمانده آن را $\frac{1}{4}$ و بعد از آن باقیمانده آن را $\frac{1}{3}$ کنیم چقدر از آن عدد باقی می‌ماند؟

- ۱) ۲۰۰۰ ۲) ۲۵۰۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۳۵۰۰

۳ با ارقام ۷ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱ چند عدد سه رقمی زوج می‌توان ساخت؟

- ۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۱۲۵

۴ اگر به ضلع مربعی ۴ واحد اضافه کنیم مساحت آن برابر ۴۹ می‌شود مساحت اولیه چقدر است؟

- ۱) ۴ ۲) ۹ ۳) ۱۶ ۴) ۲۵

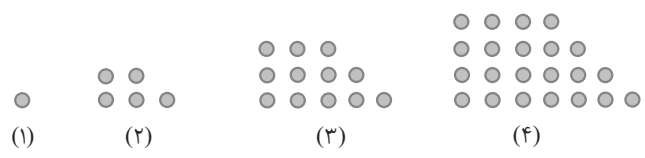
۵ به جای \square کدام عدد درست است؟ $5 \times \square + 3 = 2 \times \square + 18$

- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

۶ حاصل ضرب سه عدد طبیعی ۲۴ و میانگین آن‌ها ۴ شده است، عدد کوچک‌تر کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

۷ در الگوی زیر، تعداد نقاط در شکل نهم، کدام است؟

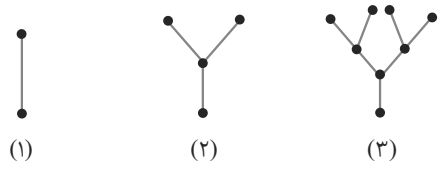


- ۱) ۱۲۵ ۲) ۱۲۳ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۱۷

۸ چند عدد سه رقمی متقارن داریم؟ (رقم یکان و صدگان یکی باشد)

- ۱) ۹۰۰ ۲) ۹۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۸۰

۹ با توجه به الگوی مقابل، تعداد نقطه‌های شکل هشتم کدام است؟



- ۱) ۶۴ ۲) ۳۲ ۳) ۲۵۶ ۴) ۱۲۸۰

۱۰ حلزونی می‌خواهد از یک دیوار ۱۰ متری بالا رود اگر هر روز به اندازه ۲ متر بالا رود و به اندازه نیم متر سر بخورد این حلزون پس از

چند روز به بالای دیوار می‌رسد؟

- ۱) حداقل ۵ روز ۲) حداقل ۶ روز ۳) حداقل ۷ روز ۴) حداقل ۸ روز

۱۱ مجموع سن سه کودک، دوازده سال و ضرب سن آن‌ها ۶۰ سال است، سن کوچک‌ترین کودک چند سال است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۲ در الگوی روبه‌رو جمله n ام کدام گزینه است؟ $3, 10, 17, 24, \dots$

- ۱) $7n - 1$ ۲) $7n + 2$ ۳) $7n - 2$ ۴) $7n - 4$

۱۳ جمله بعدی الگوی مقابل کدام است؟ $10, 15, 8, 13, 6, \dots$

- ۱) ۴ ۲) -۸ ۳) ۱۱ ۴) ۱

۱۴ در یک مسافت ۱۰۰۰ کیلومتری، نصف مسیر را سبحان، سپس نصف باقیمانده مسیر را صادق، سپس نصف باقیمانده آن را آرش

رانندگی کرده، چند کیلومتر از مسیر باقی مانده است؟

- ۱) ۵ ۲) ۸۵ ۳) ۱۱۵ ۴) ۱۲۵

پاسخنامه



۶- گزینه «۱» جدول را با ضرب سه عدد ۲۴ رسم می‌کنیم.

| میانگین سه عدد | ضرب سه عدد | عدد سوم | عدد دوم | عدد اول |
|------------------|------------|---------|---------|---------|
| ۳ × | ۲۴ | ۴ | ۳ | ۲ |
| $\frac{11}{3}$ × | ۲۴ | ۶ | ۴ | ۱ |
| ۵ × | ۲۴ | ۱۲ | ۲ | ۱ |
| ۴ ✓ | ۲۴ | ۸ | ۳ | ۱ |

۷- گزینه «۴» تعداد نقاط در هر شکل را می‌نویسیم

$$1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117$$

$$+4 \quad +7 \quad +10 \quad +13 \quad +16 \quad +19 \quad +22 \quad +25$$

۸- گزینه «۲» ابتدا تمام اعداد سه رقمی متقارنی که با یکان و صدگان

یک می‌توان ساخت را می‌نویسیم و از آن برای بقیه اعداد الگو می‌گیریم:

$$101, 111, 121, 131, 141$$

$$151, 161, 171, 181, 191$$

پس به همین صورت برای اعداد ۲ تا ۹ نیز می‌توانیم برای هر کدام ۱۰ عدد بنویسیم.

$$9 \times 10 = 90$$

یکان و صدگان اعداد ۹ تا ۱ را می‌توانیم قرار دهیم

۹- گزینه «۳» الگوی اعداد را می‌نویسیم:

$$2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$$

$$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$$

۱۰- گزینه «۳» چون هر روز به اندازه ۲ متر بالا می‌رود و بعد از آن به

اندازه $0/5$ متر شُر می‌خورد، پس روزی $1/5$ متر بالا می‌رود و داریم:

$$1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 10/5$$

روز اول

$$= 3 \text{ روز اول و دوم}$$

$$= 4/5 \text{ روز اول و دوم و سوم}$$

$$= 6 \text{ روز اول و دوم و سوم و چهارم}$$

$$= 7/5 \text{ روز اول تا پنجم}$$

$$= 9 \text{ روز اول تا ششم}$$

می‌بینیم که بعد از ۶ روز به ارتفاع ۹ متری رسیده و یک روز دیگر باید بالا برود پس حداقل ۷ روز نیاز است که به بالای دیوار برسد.

۱- گزینه «۲» اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی حداکثر می‌تواند ۳ تا باشد چون اگر ۴ تا باشد ۲۰۰۰۰ تومان می‌شود.

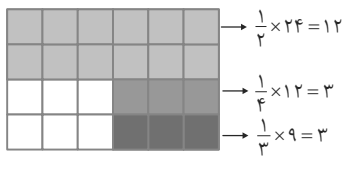
| جمع | ۲۰۰۰ | ۵۰۰۰ |
|---|------|------|
| | | ۳ |
| $2 \times 5000 + 4 \times 2000 = 18000$ ✓ | ۴ | ۲ |
| $0 \times 5000 + 9 \times 2 = 18000$ ✓ | ۹ | ۰ |

پس دو جواب قابل قبول است.

۲- گزینه «۲» ابتدا مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

پس شکل زیر را داریم:



پس $\frac{6}{33} = \frac{1}{4}$ باقی می‌ماند.

$$\frac{1}{4} \times 10000 = 2500 \text{ هزار تومان}$$

باقی می‌ماند

۳- گزینه «۱» ابتدا سه جایگاه برای یکان، دهگان و صدگان مشخص

می‌کنیم، (چون قرار است عدد زوج باشد باید حتماً یکان آن زوج باشد یعنی یکان فقط می‌تواند ۲ باشد).

می‌تواند ۷، ۵، ۳، ۲ و ۱ باشد فقط می‌تواند ۲ باشد

$$\frac{5}{5} \times \frac{5}{10} \times \frac{1}{2} = 25$$

صدگان دهگان یکان

۴- گزینه «۲» چون مساحت مربع ۴۹ شده یعنی ضلع آن ۷ بوده که

7×7 برابر ۴۹ شده پس ضلع مربع ۷ شده یعنی ضلع اولیه آن ۳ واحد بوده پس مساحت مربع اولیه $3 \times 3 = 9$ می‌شود.

۵- گزینه «۴» بهتر است برای حل تست‌های جاخالی به جای رسم

جدول از اعدادی که در گزینه‌ها داده شده استفاده کنیم.

گزینه اول: $\square = 3 \rightarrow 5 \times 3 + 3 \neq 2 \times 3 + 18$

گزینه دوم: $\square = 6 \rightarrow 5 \times 6 + 3 \neq 2 \times 6 + 18$

گزینه سوم: $\square = 4 \rightarrow 5 \times 4 + 3 \neq 2 \times 4 + 18$

گزینه چهارم: $\square = 5 \rightarrow 5 \times 5 + 3 = 2 \times 5 + 18$

۱۶- گزینه «۳» ابتدا الگوی اعداد را می نویسیم:

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28$$

$$\begin{matrix} +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 \end{matrix}$$

۱۷- گزینه «۱» ابتدا پرانتزها را محاسبه می کنیم

$$\left. \begin{aligned} 1 + \frac{1}{20} &= \frac{21}{20} \\ 1 + \frac{1}{21} &= \frac{22}{21} \\ 1 + \frac{1}{40} &= \frac{41}{40} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{21}{20} \times \frac{22}{21} \times \frac{23}{22} \times \dots \times \frac{41}{40} = \frac{41}{20}$$

۱۸- گزینه «۲» انگشتان دست را با اعداد ۴ و ۵ و ۳ و ۲ و ۱ شماره گذاری

می کنیم، حالا همه حالت هایی که با این اعداد می توان ساخت را می نویسیم:

$$\{1, 2, 3\} \quad \{1, 2, 4\} \quad \{1, 2, 5\} \quad \{1, 3, 4\} \quad \{1, 3, 5\}$$

$$\{1, 4, 5\} \quad \{2, 3, 4\} \quad \{2, 3, 5\} \quad \{2, 4, 5\} \quad \{3, 4, 5\}$$

پس ۱۰ حالت برای این کار وجود دارد.

۱۹- گزینه «۲» از گزینه اول شروع می کنیم اگر زاویه بزرگ تر ۸۰ باشد

زاویه کوچک تر ۱۰ درجه است. (چون دو زاویه متمم یکدیگرند) اگر ۱۰ را سه برابر کنیم و سپس ۱۰ واحد به آن اضافه کنیم به عدد ۴۰ می رسیم که قائداً چون ۸۰ نشد غلط است.

اگر زاویه ۷۰ را به عنوان زاویه بزرگ تر در نظر بگیریم زاویه کوچک تر ۲۰ می شود حالا اگر ۲۰ را سه برابر کنیم و ۱۰ واحد به آن بیفزاییم به عدد ۷۰ می رسیم که کاملاً درست است.

۲۰- گزینه «۲» با بررسی گزینه ها شروع می کنیم

گزینه اول: اگر یکی از آن دو نفر ۱۲۰۰۰ داشته باشد پس دیگری ۱۶۰۰۰ دارد چون جمع پس اندازشان ۲۸۰۰۰ است ولی اختلاف این دو عدد ۶۰۰۰ نمی شود پس غلط است.

گزینه دوم: اگر یکی از آن ۱۱۰۰۰ داشته باشد دیگری ۱۷۰۰۰ دارد و اختلاف آن ها نیز دقیقاً ۶۰۰۰ می شود که کاملاً درست است.

۱۱- گزینه «۱» برای حل این تست ها به جای رسم جدول بهتر است

از کم ترین گزینه شروع کنیم یعنی سن کوچک ترین کودک را ۳ در نظر بگیریم پس اعداد دیگر باید طوری باشند که جمع آن دو عدد و ۳ برابر ۱۲ شود و ضرب آن ها برابر ۶۰. اعداد به این صورت هستند:

$$3, 4, 5$$

جمع آن ها برابر ۱۲ می شود و حاصل ضرب آن ها برابر ۶۰ پس همین گزینه اول جواب تست است.

۱۲- گزینه «۴» الگویی که با عددی خاص جمع یا تفریق می شود را

به صورت زیر می یابیم:

مرحله اول: عدد ثابتی که در هر مرحله جمع یا تفریق می شود را در n ضرب می کنیم.

مثلاً ... ۲۴, ۱۷, ۱۰, ۳ در الگوی داده شده عدد ثابت ۷ است

پس داریم $7n$ حالا کافیسست جمله اول را از عدد ثابت کم کنیم تا عدد بعدی به دست آید

$$\begin{matrix} (3 - 7) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{جمله اول} \quad \text{عدد ثابت} \end{matrix}$$

پس گزینه ۴ جواب است.

۱۳- گزینه «۳» با دقت به الگوی اعداد نگاه کنید ابتدا عدد به علاوه ۵

می شود سپس منهای ۷ و این الگو ادامه پیدا کرده:

$$10, 15, 8, 13, 6, 11$$

$$\begin{matrix} +5 & -7 & +5 & -7 & +5 \end{matrix}$$

$$14- \text{گزینه «۴»} \quad \frac{1}{3} \times 1000 = 500 \text{ km}$$

$$\text{صادق} \quad \frac{1}{4} \times (500) = 250 \text{ km}$$

↓
مسیر باقی مانده

$$\frac{1}{2} \times 250 = 125 \text{ km}$$

پس این سه نفر روی هم $500 + 250 + 125 = 875$ کیلومتر را رانندگی کرده اند و ۱۲۵ کیلومتر از مسیر باقیمانده است.

۱۵- گزینه «۴» برای اینکه ضرب دو عدد بیش ترین مقدار باشد باید تا

حد ممکن به یکدیگر نزدیک باشند (در صورت امکان برابر باشند)

چون جمع دو عدد ۱۵ است و دو عدد طبیعی هستند پس بهترین حالت برای آن ها اعداد ۷ و ۸ است تا بتواند بیش ترین مقدار ممکن برای ضرب را به ما بدهد.

$$8 \times 7 = 56$$